

Linus Schrage 著 新村 秀一 訳

# Optimization Modeling with LINGO

LINGO による数理計画法モデル

LINDO Systems, Inc.

LINDO Japan

2008 年 7 月

## 序 文

本書は、ビジネス・産業・政府などの問題を解決するために、最適化（あるいは数理計画法）をどのように使用するかを示す。意図する読者は、ビジネス関連を学ぶ学生、管理者および技術者である。

読者に必要となる技術的な能力は、未知量を表すのに記号(変数)を使用することに違和感を感じないことである。

本書を読めば、重要なビジネスおよび産業の最適化問題にどのように対応すればよいかの幅広い事例を紹介している。もし目次から解決したいモデルが見つからなければ、索引で調べてみてください。

本書には、3種類の要素がある：

1. モデルの導入(第 1, 第 3, 第 4, および第 19 章),
2. コンピュータでモデルを解決する方法(第 2, 第 5 章)
3. LINGO で各種のアプリケーションを解く実例(章 6-18)

最適化になじみの無い読者は、少なくとも最初の 5 章を読むべきである。最適化をよく知っているが、LINGO に不慣れな読者は、少なくとも第 2 章および第 5 章を読むべきである。最適化やモデリング言語の概念をよく知っている読者は、6 章から 18 章を読むべきである。この読者は、必要なアプリケーションをこれらの章から選ぶことができる。これらの章に強い順序関係があるわけではなく、より分かりやすいトピックが前の章にある点である。これらのアプリケーションの章の中で、第 11 章(整数計画法)および第 12 章(確率的計画法)は特別な価値がある。これらは、かなり一般的な応用の可能性ある 2 つのコンピュータ集約的な技術をカバーしている。コンピュータがより強力になるにつれ、整数計画法および確率的計画法はさらに重要になる。第 19 章は、最適化モデルの実施のための終章である。それは先行する章で図解されているようなモデルの細部に精通していることが要求される。

技術が発展するのに対応し、必要とされる技術は次のように変遷してきた。

- 1)モデルを解く能力:1950 年代
- 2)最適化モデルを定式化する能力:1970 年代
- 3)雛形モデルを使用する能力: 1990 年代以前

この本には、最適化モデルを解くための数学的な話題がない。しかし、新規のアプリケーションを考えたユーザーのため、最適化モデルの定式化に関して相当の情報がある。現代の即断即決を迫られる管理者のために、本書にはすぐに使える雛形モデルが数多くある。

本書の多くのテーマが LINDO を用いた『実践数理計画法 (新村秀一・高森寛訳)』のテーマに基づいている。主な違いは、LINGO の 2 つの非常に重要な機能である。

- 1) 非線形モデルを解決する機能, および
- 2) 大きなモデルを簡潔に表すための集合またはベクトル表示が可能になった点である.

### 謝辞

本書は以下の人のコメントや訂正に負っている。 Egon Balas, Robert Bosch, Angel G. Coca Balta, Sergio Chayet, Richard Darst, Daniel Davidson, Robert Dell, Hamilton Emmons, Saul Gass, Tom Knowles, Milt Gutterman, Changpyo David Hong, Kipp Martin, Syam Menon, Raul Negro, David Phillips, J. Pye, Fritz Raffensperger, Rick Rosenthal, James Schmidt, Paul Schweitzer, Shuichi Shinmura, Rob Stubbs, David Tulett, Richard Wendell, Mark Wiley, and Gene Woolsey and his students. The outstanding software expertise and sage advice of Kevin Cunningham was crucial. The production of this book (from editing and formatting to printing) was ably managed by Sarah Snider, Hanzade Izmit, Srinath Tumu and Jane Rees.

## 訳者序文

昭和 46 年(1971)、京大の数学科を卒業し社会人になって、さてこれからの人生どうすればいいかお先真っ暗になった。中学校で奈良女出身の国語の先生から、数学ができるから岡潔の随筆を読みなさいといわれもした。また、夏目漱石の高等遊民の世界にあこがれていた。現代の高等遊民は、なんとなく大学の先生だと思っていた。しかし、大学に入って吉田キャンパスを歩いていると、中田さんという大男に水泳部の説明会の教室に拉致され、気の弱い私はそのまま水泳部に入ってしまった。決して頭が悪いのではなく、水泳の疲れから数学の理解が進まず、大学院に落ちてやむなく何の準備のないまま就職したわけである。

企業に入ってから、大学生時代以上に統計や OR を本で勉強した。しかし、本による勉強はどこまで行っても際限なく、達成感がなく苦しい 20 代であった。

転機が訪れたのは、1977 年に SAS を日本に最初に導入したことである。もともと統計も OR も実用の学問である。その頃ようやく汎用の統計ソフトが注目されてきていた。そこで、SPSS を会社に導入してもらおうと思ったが、当時ようやく全世界で 560 ユーザーの SAS に注目した。高価なソフトの購入を、自分の勉強のためいれてもらうのは気が引ける。そこで代理店になってしまえば、無料で SAS を使い勉強ができると考えたわけだ。しかし、最近日本文化礼賛で有名なビル・トッテン氏に代理店を取られたので、やむなく計算センターに SAS を入れ統計処理の受託計算を業務にした。そして、SAS を先生に統計を独学することにした。その後、1984 年に OR のなかでも自分に最も興味のある数理計画法の LINDO の総代理店になった。もちろん、代理店になって LINDO を通して数理計画法を勉強しようというわけである。

現在日本の大学でも、統計ソフトを使った実践的なデータ解析の教育が普及してきている。一方、私の力不足もあるが、数理計画法の実践的な教育は一部の大学に限定されている。

LINDO はシカゴ大学ビジネススクールの Linus Schrage 教授によって開発され、その後彼が社長を務める LINDO Systems Inc. で開発サポートされている。数理計画法による数学モデルをそのまま LINDO に入力できる。いわゆる自然表記のソフトウェアである。この世界では、長らく IBM の MPSX というソフトが世界の定番であった。そして今でも、摩訶不思議な MPSX 形式で記述された数理計画法のモデルが幅を利かせている。いわゆるレガシー(世界遺産)である。このため世界の大学教育で、分かりやすさから LINDO は教育用のソフトとして受け入れられてきたが、産業界では実用的でないとの誤解も生んだ。もっとも LINDO を産業のシステムに組み込むには問題があった。私自身の経験でも、某製鉄会社の 24 時間原料ヤードの操業支援システムでも、C でモデルを 10 分単位で生成、LINDO で整数計画法を解く、解を C で加工し表示、という繰り返すを行うシステムにせざるを得なかった。

しかし、その後 LINDO 社は、

- 1) What'sBest!という Excel のアドインソフト、
- 2) 数理計画法モデルを集合とベクトルで生成する言語を持った LINGO、
- 3) これらのパッケージ開発に用いられている C のライブラリーを開発用に提供する LINDO API (LINDO の名前は、単に歴史に LINDO の名前を残すための銘銘)、
- 4) 上記 3 種のソフトをバンドルし、教育用に廉価に提供する目的の SolverSuite の 4 製品と各製品の評価のためのデモ版を提供している。

「教育目的で考えれば、数理計画法の初心者には自然表記で馴染みやすい LINDO を用いる方が理解が進む」が私の持論である。そこで、LINDO Systems Inc. は LINDO のモデルを LINGO で入力し、解析できるようにしてしまった。これにより、学部学生は LINDO 形式で、教員や大学院生は LINGO でより難解なモデルを容易に分析できる。LINDO や MPSX であれば、モデルの規模が大きくなるに連れ、何万行のモデルに関する情報を入力する必要がある。LINGO では、数理計画法作成言語で、モデルのサイズにかかわらず、10 行程度のモデル記述で終了する。これを使いこなすことで、日本の教育や研究レベルが桁違いに向上することを願っている。

一方、アメリカでは初心者から What'sBest!による教育が行われ、テキストも多い。これはほとんどの PC に Excel が導入され、情報基盤になっているからであろう。Excel と線形計画法の概略を知っておれば、確かに What'sBest!は便利である。私も整数計画法を用いた判別関数数の研究で What'sBest!を用いている。Excel のセルや範囲のコピー機能を使えば、4-5 万個の制約式の作成も 1 分ほどマウスを握りつづければよいだけだ。

さらに統計に比べて出遅れた数理計画法をできるだけ廉価に提供したいという Linus Schrage 教授の信念も貴重である。ビジネススクールで教鞭をとりながら、ビジネス的に儲けようという意欲がないわけである。競合製品に比べ価格が格段安い上に、これらをバンドルした SolverSuite を破格の値段で提供している。さらに禁じられた裏技がある。本来個人の評価用に公開されている無償のデモ版を教育や研究に使い続けている場合もある (格安の SolverSuite に切り替えて、学生が自宅で自習用にデモ版を使うよう指導してください)。

統計ソフトが昔に比べ、値段が安くなってきているが、それ以上に安い数理計画法による教育が日本ではまだ立ち上がっていない。1980 年代から、世界的に実務家から「OR が役に立たない」という指摘は良く取り上げられる。それは、理論を現実問題に適用する手段、すなわちソフトウェアがなかったためである。しかし、現実にその手段が破格の値段で目の前にあるのに、なぜ統計に比べ普及していないのであろうか。単にこの分野の教育者が、理論の蝸壺で、惰眠をむさぼっていただければ良いのだが。私自身、大学教員として残りの 5 年間で統計ソフトと同じように普及に努めたい

一方、産業応用を考えると、線形計画法、整数計画法、非線形計画法と大域的最適解の探索など、数理計画法のすべてに対応したソフトウェアは少ない。しかも、LINGO や What'sBest!で開発したいシステムのモデルをプロトタイプングする。そして、開発の概略を決めた後、LINDO API で開発すれば、開発工数の短縮を実現し失敗を避け

ることができる。また、数年前であるが、ある石油会社では IBM の汎用機上で動かされていたシステムを、PC 上の What'sBest! に移植し、膨大なコストの削減に成功した。費用以上の更なる効果は、難しい技術が、コンピュータ室から、事務員の PC 上で日の目を見るようになった点である。

最後に、本書は最近の日本の出版事情をかんがみ、目次で日本語化されている 1/3 程度の章に限定した。また、すべての章に付いている問題も省いた。これらは今後何らかの方法で、日の目を見るように努力したい。

吉祥寺 2007 秋